本文框架内容发表在：
阎坤. 关于超光速与量子分形的能量交换描述方法[J]. 纺织高校基础科学学报, 2004, 17(3):223～227.
Yan Kun. Energy-exchange descriptions on the superluminal velocity and quantum fractal[J]. Basic Science Journal of Textile Universities(in Chinese), 2004, 17(3):223～227.

关于超光速与量子分形的能量交换描述方法

阎 坤
（西安现代非线性科学应用研究所，西安 710061）

摘要：通过对光速守恒及能量交换方程的深入讨论，给出了双程光速守恒的机理方程、粒子超光速运动及量子分形的表述形式。结果表明，基于能量交换方程，能够确立既包含超光速运动，同时又融合 Einstein 狭义相对论及量子理论有关结论的一致性描述方法。

关键词：超光速，量子分形，能量交换，粒子分形运动。

Energy-exchange descriptions on the superluminal velocity and quantum fractal

YAN Kun
(Xi'an Modern Nonlinear Science Applying Institute, Xi'an 710061, China)

Abstract By exploring the constancy of light velocity in the vacuum and the energy-exchange equation of a particle, the expressional forms of mechanical equation of the constancy of two-way velocity of light, superluminal velocity, fractal motion of a particle and quantum fractal are studied deeply. As a result, it shows that a tentative theoretical frame which includes not only the superluminal-velocity motion but consists with Einstein special relativity and quantum theory can be established.

Keywords superluminal velocity, quantum fractal, energy exchange, particle fractal motion.

0 引 言

Einstein 的光速守恒原理认为光速在所有惯性系中的速度不变[1]，其一结论为物体的运动速度不能逾越光在真空中的运动速度；在 Planck 能量子观念的基础上，Einstein 进一步地给出关于光的频率形式的能量描述[2]。这是二个近于交融的基点，虽然由其得到的粒子质能关系及波粒二象性结论与实验相符，然而关于粒子的超光速运动及波粒二象性的本质研究一直在进行着[3~9]。

如果能够勾画双程平均光速守恒的机理（浅层或深层机理），初步建立既包含超光速运动形式，同时又融合 Einstein 狭义相对论及量子理论有关结论的一致性描述方法，则仍是有意义的研究方向。

本文下面通过对能量交换方程的深入讨论，初步给出这一方法框架的轮廓及其中的部分细节。

1 双程光速守恒的机理与能量粒子的可交换能量

在 Newton 绝对时空层面，考察一坐标系 K，其中一子坐标系 K'以速度V 在 K 系沿 x 轴作正向运动，K'系在 K 系中的 x 轴向长度为a，K'系与 K 系具有相同的介质，光在此介质中运动的本征速度为c。这里考虑光波在进入介质中时其运动速度转变为本征速度的转变距离与a比较可忽略。

当 K'系与 K 系的二原点 O'与 O 重合时，从 K 系 x 轴的原点处向 x 轴正向射出的一光波进入 K'系中，随后离开 K'系再次进入 K 系中；但如果 K'系虚拟延伸其 x'轴正向，即虚拟认为光波还仍在 K'系中运动，得 K 系与 K'系的坐标位置与时间的描述为

$$(x, x') = ((c+V)c^{-1}a + c(t - c^{-1}a),\ ct') = (Vc^{-1}a + ct,\ ct') 。$$

在此情况需$V < c$，否则光波不能进入 K'系。

如当 K'系与 K 系的二原点 O'与 O 重合时，从 K 系 x 轴的正向射来一光波进入 K'系中，随后离开 K'系再次进入 K 系中；如果 K'系虚拟延伸其 x'轴负向，即虚拟认为光波还仍在 K'系中运动，可得 K 系与 K'系的坐标位置与时间的描述为

$$(x, x') = (a - (c-V)c^{-1}a - c(t - c^{-1}a),\ a - ct') = ((1+Vc^{-1})a - ct,\ a - ct') 。$$

在此情况，K'系运动速度可以大于、等于、或小于光速。

对于 K'系在 K 系中沿 x 轴的正向运动情况，如果$Vc^{-1}a << ct$，则有

$$(x, x') = (ct,\ ct') 。$$

此式为分别在 K 系与 K'系中的光速不变表示形式，但亦仅是表明在离开光源的介质后光波速度与光源的运动速度无关。

作者简介 阎坤（1962～），男，吉林榆树人，西安现代非线性科学应用研究所，主要从事非线性科学研究及应用工作。(Email: yankun@nature.ac.cn)。

作为对 Galileo 变换与 Lorentz 变换间的过渡描述、对单程光速与双程（回路）平均光速关系的初步探讨，以及对类如 Michelson-Morley 实验等结果的深入理解，在机理层面，当 K’系运动速度V的方向与其中本征光速c的方向相同、等效在 K 系中的合成速度c_{+V}为$c+\delta_+V$，V的方向与c的方向相反、等效在 K 系中的合成速度c_{-V}为$c-\delta_-V$时，即当二个方向等效在 K 系中的合成光速c_{+V}、c_{-V}分别为

$$c_{+V}=c+\delta_+V\text{、}c_{-V}=c-\delta_-V$$

时，则有在 K 系双程长为$2\times l_0$中的平均光速$\bar{c}$为

$$\bar{c}=\frac{2l_0}{l_0c_{+V}^{-1}+l_0c_{-V}^{-1}}=\frac{2l_0}{l_0(c+\delta_+V)^{-1}+l_0(c-\delta_-V)^{-1}}=c\frac{c+(\delta_+-\delta_-)V-\delta_+\delta_-Vc^{-1}}{c+0.5(\delta_+-\delta_-)V}, \quad (1)$$

这里δ_+、δ_-为待定参量，$c>V\geq 0$。

当

$$\frac{c+(\delta_+-\delta_-)V-\delta_+\delta_-Vc^{-1}}{c+0.5(\delta_+-\delta_-)V}=1$$

时，即有双程平均光速等效守恒方程

$$\bar{c}=c\text{；} \quad (2)$$

亦即得双程平均光速等效守恒的一机理（浅层机理）方程为

$$\frac{\delta_+-\delta_-}{2\delta_+\delta_-}=\frac{V}{c}\text{。} \quad (3)$$

因机理方程（3）式中含有δ_+、δ_-二个待定参量，所以尚不能给出δ_+、δ_-的具体表述。

在δ_+、δ_-的函数形式方面，当二个相反方向的速度合成于深层机理完全相同时，可取

$$\delta_+=\delta(Vc^{-1})\text{、}\delta_-=\delta(-Vc^{-1}),$$

式中$\delta(Vc^{-1})$为关于Vc^{-1}待定函数；则机理方程（3）式成为理想方程形式

$$\frac{1}{\delta(-Vc^{-1})}-\frac{1}{\delta(Vc^{-1})}=2Vc^{-1}\text{。} \quad (3A)$$

当取变量$x=Vc^{-1}$、函数$\varphi(x)=\delta^{-1}(x)$时，上式关于$\delta(Vc^{-1})$的求解即同于下面方程关于$\varphi(x)$的求解

$$\varphi(-x)-\varphi(x)=2x, \quad (3B)$$

其中$1>x\geq 0$，$\varphi(-x)\geq\varphi(x)>0$，$\varphi(x=0)=1$。

引入参量δ_+、δ_-，可初步在 Newton 绝对时空与 Einstein 相对时空之间建立联系，其包含的超光速运动形式和速度叠加表述，为深入探索并进而建立真空与物质间作用规律的理论基础提供铺垫及参考。

依据方程(3)式得$\delta_+\geq\delta_-$；δ_+与δ_-之间的关系主要有，过激形式：$\delta_+\geq\delta_-\geq 1$；临界形式：$\delta_+\geq 1$、$1\geq\delta_->0$；保守形式：$1\geq\delta_+\geq\delta_->0$；这其中保守形式$1\geq\delta_+\geq\delta_->0$的关系比较符合绝对时空的毛估预期或指引导向。虽然诸如$\delta(Vc^{-1})=(1-Vc^{-1})^{-1}$等函数形式完全符合方程（3A）式，但由于会导致$c_{+V\to c}\to\infty$的结果，所以仍需尽可能慎重选择；而且如$\delta(Vc^{-1})=[1-Vc^{-1}+\vartheta_{\mathrm{E}}(Vc^{-1})]^{-1}$（这里$\vartheta_{\mathrm{E}}(Vc^{-1})$为关于$Vc^{-1}$的偶函数，$\vartheta_{\mathrm{E}}(Vc^{-1}=0)=0$，$\vartheta_{\mathrm{E}}(Vc^{-1}\to 1)>0$）等附加偶函数的形式也完全符合方程(3A)式，且能避免出现$c_{+V\to c}\to\infty$的情况。

在普遍效应上，迟滞形式$\delta_+\leq\delta_-$，乃至$\delta_+\leq 1$、$\delta_-\geq 1$的情况也是应关注的，此时$\bar{c}\leq c[1-(Vc^{-1})^2]$。

对于临界形式的$\delta_+\geq 1$、$1\geq\delta_->0$情况，在趋势层面最为特殊简单地，取$\delta_+=1+\zeta$，$\delta_-=1-\zeta$，这里ζ为待定参量，$1>\zeta\geq 0$；则由方程（3）式得

$$Vc^{-1}\zeta^2+\zeta-Vc^{-1}=0,$$

解得待定参量ζ为

$$\zeta=0.5(Vc^{-1})^{-1}[\sqrt{1+4(Vc^{-1})^2}-1]\text{；}$$

即有δ_+及δ_-在临界形式时一组符合方程（3A）式的简单解为

$$(\delta_+,\delta_-)=(1+0.5(Vc^{-1})^{-1}[\sqrt{1+4(Vc^{-1})^2}-1],1-0.5(Vc^{-1})^{-1}[\sqrt{1+4(Vc^{-1})^2}-1])\text{；}$$

$$\delta(\pm Vc^{-1})=1\pm 0.5(Vc^{-1})^{-1}[\sqrt{1+4(Vc^{-1})^2}-1]\text{。}$$

特别地，当$4(Vc^{-1})^2 << 1$时，因$\sqrt{1+4(Vc^{-1})^2} \approx 1+2(Vc^{-1})^2$，得

$$(\delta_+, \delta_-) \approx (1+Vc^{-1}, 1-Vc^{-1})\text{；}$$

而当$Vc^{-1} \to 1$时，得

$$(\delta_+, \delta_-) \to (0.5(\sqrt{5}+1), 0.5(3-\sqrt{5}))\text{。}$$

相对于 Newton 绝对时空，Einstein 相对论的光速守恒原理直接赋予了光速较其它速度为无穷大的性质。虽然 Einstein 及 Dirac 的有关研究结论已获得了许多实验支持，但是在双程平均光速与单程光速关系方面仍需进一步的实验验证及深层机理研究，因为双程平均光速守恒不能表明单程光速守恒，而且双程平均光速未必绝对精确恒定，即方程（2）、（3）二式仅是一种深层机理的浅层近似表象。上述分析表明：

(1) 物理世界的坐标系是物质系统的数学抽象，坐标系的尺度依赖于物质系统的尺度；

(2) 当粒子运动离开物质系统后，不宜将其坐标系的轴延伸至系统以外对粒子进行本坐标系的直接物理描述（可数学等效），而宜在物质系统所在的背景介质下的坐标系予以描述；

(3) 物理规律的数学描述具有物质方面局部的、层面上的限制，其数学推演的方向、结果应具有明确的物理意义，不宜将此数学描述不加物质方面考察而进行放大范围、跨层面应用。

参照 M 理论的弦模式、逻辑力学理论[3]及光子结构论[4]的平行构造模式，可构造出适于能量交换的光子及能量粒子二级物质构造层面的双闭弦模式，这其中能量粒子又是由二个闭弦光子链构成。以能量粒子为例，得其中一个闭弦光子链的转动惯量、旋转能为

$$\begin{aligned}(I,\ E_{\mathrm{rr}}) &= (0.5m_{\mathrm{p}}R_{\mathrm{p}}^2,\ 0.5I\omega^2)\text{，}\\ &= (0.5m_{\mathrm{p}}R_{\mathrm{p}}^2,\ 0.5(0.5m_{\mathrm{p}}R_{\mathrm{p}}^2)\omega^2) = (0.5m_{\mathrm{p}}R_{\mathrm{p}}^2,\ 0.25m_{\mathrm{p}}c^2)\text{，}\end{aligned} \tag{4}$$

式中m_{p}为能量粒子质量，R_{p}、ω、c分别为其中一个闭弦光子链半径、旋转角速度及旋转线速度。

依据上述方程得二个闭弦的旋转能、及由其构成的能量粒子整体运动的动能、动量为

$$(E_{\mathrm{por}}, E_{\mathrm{pok}}, p_{\mathrm{po}}) = (0.5m_{\mathrm{po}}c^2,\ 0.5m_{\mathrm{po}}c^2,\ m_{\mathrm{po}}c)\text{，}$$

式中m_{po}、c为能量粒子的质量及运动速度。

当能量粒子与其它粒子作用时，有三种能量交换的极限情况：其二个构成闭弦光子链皆未开裂、仅有一个闭弦开裂、二个闭弦皆开裂，由上式得能量粒子可交换能量的这三个层面为

$$(E_{\mathrm{pomin}},\ E_{\mathrm{pomid}},\ E_{\mathrm{pomax}}) = (0.5m_{\mathrm{po}}c^2,\ 0.75m_{\mathrm{po}}c^2,\ m_{\mathrm{po}}c^2)\text{。} \tag{5}$$

如无特殊说明，以下皆考虑能量粒子弦模式可交换能量在方程（5）式中的最大极限情况$E_{\mathrm{pomax}} = m_{\mathrm{po}}c^2$；故一般地，能量粒子与其它粒子作用后，其能量的变化正比与质量变化

$$\Delta E_{\mathrm{pomax}} = c^2\Delta m_{\mathrm{po}}\text{。} \tag{6}$$

根据方程（6）式及能量守恒定律，如与其它一粒子作用后能量粒子质量增加Δm，而粒子质量减少Δm，则该粒子释放能量为

$$-\Delta E = c^2\Delta m\text{，} \tag{7}$$

相反，如能量粒子质量减少Δm，而粒子质量增加Δm，则该粒子吸收能量为

$$\Delta E = c^2\Delta m\text{。} \tag{8}$$

方程（7）、（8）二式在方程形式上与 Einstein 质量能量方程相同，初步表明 Einstein 质量能量方程与能量粒子弦模式可交换能量的极限形式相联系。在这与其它粒子的相应作用层面上，光子及能量粒子本身处于或消损、或增长的变化过程中。

对于单个闭弦，在理想情况下，经典力学的磁矩M及角动量A为

$$(M,\ A) = (g_{\mathrm{M}}iS_{\mathrm{p}}, g_{\mathrm{A}}I\omega) = (g_{\mathrm{M}}e\omega(\pi R_{\mathrm{p}}^2), 0.5g_{\mathrm{A}}mR_{\mathrm{p}}^2\omega)\text{，}$$

消去$R_{\mathrm{p}}^2\omega$，得尚未考虑角动量A在量子取值下熟知的磁矩方程形式

$$M = g_{\mu}\frac{e}{m}A\text{，}$$

式中i为闭弦上的等效电流，e为分布在闭弦上的等效电荷，m为闭弦质量，S_{p}为闭弦所包围的平面面积，g_{M}、g_{A}为待定系数，$g_{\mu} = 2\pi g_{\mathrm{A}}^{-1}g_{\mathrm{M}}$。

上式在$M \propto A$层面上与 Blackett 天体磁矩的转体方程

$$M = \beta_{\mathrm{B}}\frac{\sqrt{G}}{2c}A$$

具有类似的表述形式；该式中G为 Newton 引力常数，系数$\beta_{\mathrm{B}} \approx 0.25$。

作为讨论方向，Blackett 天体磁矩的转体方程具有启示作用，宜将电磁学的诸参量通过能量解析为质量、空间、时间的表达式，以深入阐释电磁的本质意义。

在此需要指出，上述光子及能量粒子的双闭弦构造，仅是一种经典力学的能量表象诠释，不具有本质上的解析意义。

可以证明对于这种双闭弦构造，其实验判据为折射定律仅为下式当$\gamma = 0$时的极限解

$$\sin^2\beta = (c_2 c_1^{-1})^2 \sin^2\alpha + [1-(c_2 c_1^{-1})^2]\sin^2\gamma \,, \tag{9}$$

式中c_1、c_2分别为光子或能量粒子在两种存在接触面媒介中的运动速度；α、β、γ分别为光子或能量粒子入射线、折射线、偏振面与两媒介接触面法线间夹角。

2 能量交换方程与超光速运动

目前，国内外学者在微波波导技术中研究超光速实验[5~6]。在这里我们将应用能量交换方程，讨论粒子超光速运动的物理内涵。

根据方程（8）式及能量守恒定律，当粒子与能量粒子相互作用吸收能量，$\Delta E = c^2\Delta m$，对粒子作功为$F\Delta s$时，有能量交换方程

$$c^2\Delta m - F\Delta s = c^2\Delta m - \frac{\Delta(mV)}{\Delta t}\Delta s = c^2\Delta m - V\Delta(mV) = 0 \,, \tag{10}$$

$$m^{-1}\,\mathrm{d}m - (c^2 - V^2)^{-1} V\,\mathrm{d}V = 0 \,。 \tag{11}$$

当粒子运动速度$V < c$时，由方程（11）式解得粒子运动的质量、动量、动能解为

$$(m,\,p,\,E) = (\frac{m_0}{\sqrt{1-(Vc^{-1})^2}},\ \frac{m_0 V}{\sqrt{1-(Vc^{-1})^2}},\ \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1-(Vc^{-1})^2}} - m_0 c^2) \,。 \tag{12}$$

由上述能量交换分析可知，相对论的结论（质速关系式、动量及能量关系式）也可由能量交换方程（11）式得到，但这里是在与相对论不同的物理前提和基础下得到的。类似的分析方法可参见文献［9］。下面根据能量交换方程，讨论粒子在释放能量、吸收能量二个过程时的超光速运动表述形式。

根据方程（7）式及能量守恒定律，当粒子与能量粒子相互作用释放能量，$\Delta E = -c^2\Delta m$，在与释放能量的相反方向作功为$F\Delta s$时，根据能量守恒定律，得此能量释放过程的能量交换方程为

$$c^2\Delta m + F\Delta s = c^2\Delta m + \frac{\Delta(mV)}{\Delta t}\Delta s = c^2\Delta m + V\Delta(mV) = 0 \,, \tag{13}$$

$$m^{-1}\,\mathrm{d}m + (c^2 + V^2)^{-1} V\,\mathrm{d}V = 0 \,。 \tag{14}$$

解得粒子在能量释放过程中运动的质量、动量、动能解为

$$(m,\,p,\,E) = (\frac{m_0}{\sqrt{1+(Vc^{-1})^2}},\ \frac{m_0 V}{\sqrt{1+(Vc^{-1})^2}},\ m_0 c^2 - \frac{m_0 c^2}{\sqrt{1+(Vc^{-1})^2}}) \,。 \tag{15}$$

由方程（15）式，当$V << c$、$V = c$、$V >> c$时，分别得

$$(m,\,p,\,E) = (m_0,\ m_0 V,\ \frac{1}{2}m_0 V^2) \,, \quad V << c \tag{16}$$

$$(m,\,p,\,E) = (\frac{\sqrt{2}}{2}m_0,\ \frac{\sqrt{2}}{2}m_0 c,\ (1-\frac{\sqrt{2}}{2})\,m_0 c^2) \,, \quad V = c \tag{17}$$

$$(m,\,p,\,E) = (V^{-1}cm_0,\ m_0 c,\ m_0 c^2) \,, \quad V >> c \tag{18}$$

当粒子与能量粒子相互作用在$V > c$区吸收能量，$\Delta E = c^2\Delta m$，对粒子作功为$F\Delta s$时，速度将从$V >> c$向c靠近，方程（11）式成为

$$m^{-1}\,\mathrm{d}m + (V^2 - c^2)^{-1} V\,\mathrm{d}V = 0 \,； \tag{11A}$$

故由方程（11A）、（18）二式，可解得粒子在此超光速过程中的质量、动量、动能解为

$$(m,\,p,\,E) = (\frac{m_0}{\sqrt{(Vc^{-1})^2-1}},\ \frac{m_0 V}{\sqrt{(Vc^{-1})^2-1}},\ \frac{m_0 c^2}{\sqrt{(Vc^{-1})^2-1}} + m_0 c^2) \,。 \tag{19}$$

上述分析表明，粒子的超光速运动描述形式与低于光速时的 Einstein 质能关系式可用同一物理基础即能量交换方程得到，但方程（15）式及（19）式是不同于相对论的新结论。在这里，光子及能量粒子在上述诸式中是被交换的物质能量层面，其本身不能由方程（12）、（15）、（19）三式予以描述；同时，深入的研究还将确定具体能量粒子每条闭弦光子链含有光子的数目，以进一步给出单个光子的质量。下面依然根据能量交换方程，通过对背景介质可交换能量的讨论，分析粒子的波动属性。

3 背景介质能量交换方程与量子分形

上面给出的粒子超光速运动描述基本是属于粒子性的、统计性质的；在更细微的层面上，粒子与背景介质（诸如真空）间的相互作用还导致粒子运动呈现出分形特征。下面的研究结果初步表明，由于粒子与背景介质相互作用，导致粒子在基线附近作多尺度自由程螺旋折线运动，同时背景介质形成含裹粒子的运动波包，Newton 理论即描述了其中粒子运动的基线轨迹。

当粒子运动在背景介质中时，部分背景介质将与粒子相作用，使粒子在原运动曲线L_0附近作 Brown 运动，即粒子在L_0附近沿运动自由程构成的螺旋折线上运动，该折线具有于L_0上生成的升维分形曲线在一层次L上的性质，粒子运动的自由程—折线长度即为L的分形单位，此粒子螺旋折线运动亦为分形运动。

粒子与背景介质间的相互作用导致了粒子运动呈现分形特征，其螺旋折线运动轨迹兼具有横波、纵波的复合性质，等效在基线上则表现为脉动、跳跃；同时粒子对背景介质亦产生周期性作用，改变了背景介质的分布状态，使其进行周期性涨落，形成含裹着粒子的运动波包。其一整幅图景是，粒子与背景介质相互作用，导致背景介质局部呈现周期性涨落，粒子即运动在背景介质局部的周期性涨落波包中，表现在粒子方面则是其运动呈现出波动性，表现在背景介质方面则是其运动的涨落波包，粒子即被含裹在背景介质的涨落波包中。这是背景介质运动波包及含裹在其内的粒子分形运动二者的混合运动。

下面采用物理唯象方法，引入背景介质能量涨落方程假设，初步探讨背景介质能量涨落的可能规律。

背景介质能量涨落方程假设：背景介质与粒子相互作用时，用于能量交换的光子使背景介质的能量E产生涨落，其涨落的频率f与相应时间间隔交换光子的数目成正比，能量E成为

$$E = E_{\mathrm{B}}(1+\tau f) \quad , \tag{20}$$

式中τ为待定时间常数，E_{B}为背景介质涨落频率为零时的基底能量。

由方程（20）式，得粒子与背景介质相作用引起背景介质能量的变化为

$$\Delta E = \tau E_{\mathrm{B}} \Delta f \quad , \tag{21}$$

与 Planck 频率能量方程$E_{\mathrm{po}} = hf_{\mathrm{po}}$比较，可确定上式中$\tau E_{\mathrm{B}} = h$为 Planck 常数，方程（20）、（21）二式成为

$$\Delta E = \tau E_{\mathrm{B}} \Delta f = h\Delta f \quad , \tag{22}$$

$$E = E_{\mathrm{B}} + hf \quad 。 \tag{23}$$

下面根据方程（22）式讨论粒子分形运动的自由程（分形单位）表示形式。

考虑粒子在与背景介质能量交换的过程中运动速度V在其分形运动的自由程（分形单位）λ内近似为常量

$$(\lambda,\ \Delta\lambda) = (Vt_\tau,\ V\Delta t_\tau) \quad , \tag{24}$$

式中$t_\tau = f^{-1}$，f为背景介质能量涨落的频率。

根据方程（22）式，粒子与背景介质交换的能量为

$$\Delta E = h\Delta f \quad , \tag{25}$$

相应地粒子作功为

$$\Delta E = F\Delta\lambda \quad 。 \tag{26}$$

由方程（24）、（25）二式得

$$\Delta E = h\Delta f = -ht_\tau^{-2}\Delta t_\tau = -h(Vt_\tau)^{-2}V^2\Delta t_\tau = -h\lambda^{-2}V\Delta\lambda \quad , \tag{27}$$

由方程（24）、（26）二式得

$$\Delta E = F\Delta\lambda = \frac{\Delta(mV)}{\Delta t_\tau}\Delta\lambda = V\Delta(mV) \quad 。 \tag{28}$$

根据方程（27）、（28）二式得

$$V\Delta(mV) + h\lambda^{-2}V\Delta\lambda = 0 \quad , \tag{29}$$

故得方程（29）式的解为

$$\lambda = h(mV)^{-1} \quad 。 \tag{30}$$

方程（30）式中的速度V为粒子在分形轨迹上的运动速度，大于粒子等效在基线上的运动速度。

上式表明粒子分形运动的自由程（分形单位）与量子理论[2]中的 De Broglie 波长具有相近的形式，初步证明粒子运动表现出波动性是由于粒子与背景介质间相互作用，产生背景介质运动波包与含裹其中的粒子分形运动，是粒子与背景介质间相互作用的能量互平衡在粒子上呈现的运动表现。

上述分析表明粒子与背景介质相互作用使得粒子具有波动性，但并不等效于某种波的运动也可直接表现为相应的粒子性运动。诸如电磁波，光具有电磁波的部分性质，但光在物质构成及与背景介质间相互作用的性质方面还当具有其本具的形式。

对于单个粒子在背景介质中运动，于粒子的运动前方设一开具二个相距很近窄缝的幕（对于电子可用晶体等材料）。由于粒子被含裹在背景介质的波包中，在运动方向上位于粒子前面的波包部分（粒子前波）先于粒子通过二窄缝，在幕的另一侧形成干涉波的波长为

$$\lambda = h(mV)^{-1}$$

的干涉介质。当粒子随后仅通过其中的一窄缝进入幕的另一侧时，干涉介质即使粒子运动在干涉介质波包的叠加方向上，表现出单个粒子具有波长为上述λ波自干涉的运动性质。

上述物理机制不仅适于微观粒子在背景介质中的运动描述，而且对于其它层面的物体在背景介质中的运动描述亦具有参考意义。粒子在背景介质波包中作分形运动，有位于粒子前面的介质运动波包部分，即粒子前波。这里粒子前波的物理表现类似于 De Broglie 想像的引导波，但本质不同，引导波是 De Broglie 在解释物质波时引进的基本属于概念层面性质的波，而粒子前波是粒子与背景介质相互作用能量互平衡在背景介质上呈现的运动表现。

然在更细微的层面上，粒子前波本身亦存在波前波。波前波在局部有限运动区域的细微结构上，波前有波，具有诸多的层面，构造上基本属于分维性质，是介质运动波包与介质本身的能量自平衡结果，其物理细节及数学描述仍是有待于我们深入研究的。

根据分形理论，分形曲线在一分形层次L上的 Euclid 长度L、分形单位λ及其个数n为

$$(L, \lambda, n) = (n\lambda, \varepsilon L_0, \varepsilon^{-D}) , \tag{31}$$

式中L_0为分形基线长度，ε为标度，D为分形集的维数，n为自然数；又得

$$(L, \lambda) = (L_0^D \lambda^{1-D} , n^{-D^{-1}} L_0) , \tag{32}$$

故有在$Vc^{-1} << 1$的理想条件下粒子运动的动量、动能及等效在基线上的平均运动速度为

$$(p, E_{\mathrm{k}}, \overline{V_{\mathrm{B}}}) = (n^{-D^{-1}} hL_0^{-1}, (2m_0)^{-1} n^{2D^{-1}} h^2 L_0^{-2}, hm_0^{-1} n^{2D^{-1}-1} L_0^{-1}) , \tag{33}$$

且对于粒子分形运动升维曲线集，其维数$D \geq 1$。

根据方程（31）式及$D \geq 1$的性质可得当$D = D_{\min} = 1$时，λ取极小值，p、E_{k}取极大值

$$(\lambda_{\min}, p_{\max}, E_{\mathrm{k}\max}, \overline{V_{\mathrm{B}}}) = (n^{-1} L_0 , nhL_0^{-1} , n^2 (2m_0)^{-1} h^2 L_0^{-2} , V) 。\tag{34}$$

由量子理论[2]知方程（34）式中的n为主量子数，而方程（32）、(33）二式为量子分形形式，表明量子理论的主量子数形式为量子分形形式的极限解。

4　结 论

上述分析初步探讨了双程平均光速守恒的机理方程，给出了超光速运动及量子分形的能量交换描述形式，结果表明，能够基于能量交换方程，确立既包含超光速运动形式，同时又融合狭义相对论及量子理论有关结论的一致性描述。

本文讨论的内容基本是基于在光子及能量粒子二个层面的能量交换方程。但在更细微的层面上，能量表述形式应与目前我们所知道的 Planck 能量（能量—频率方程）及 Einstein 能量（能量—质量方程）的表述形式有所不同，如为结构分形维数的函数（目前在材料断裂方面已有断裂能量与裂纹分形维数关系的描述形式）$E_{\mathrm{D}} = E(D)$；更为重要的是，通过对新的能量形式的分析，在分维空间中可能有望解析开 Newton 引力常数及 Planck 常数，使得 Newton 引力势、Planck 能量仅是其条件极限解。

致　谢：作者衷心感谢于长丰高级工程师、杨新铁教授对本研究工作所一直给予的关心和帮助。

参考文献:

[1] 吴大猷. 相对论[M]. 北京: 科学出版社, 1983, 21～92.
[2] 吴大猷. 量子论与原子结构[M]. 北京: 科学出版社, 1983, 23～169.
[3] 于长丰，徐进. 逻辑力学原理[J]. 纺织高校基础科学学报，1999，12(3)：199～266.
[4] 龚祖同. 光子结构论(1)[J]. 光子学报，1999，28(1)：1～10.
[5] 黄志洵，逯贵祯，关健. 电磁波传播中的超光速群速和负光速[J]. 北京广播学院学报，2004，11：10～18.
[6] Thilo Sauter, Fritz Paschke. Can Bessel beams carry superluminal signals? [J]. Phys. Lett., A285(2001): 1～6.
[7] Peter R Holland. The Quantum Theory of Motion[M]. Cambridge University Press, 1999, 世界图书出版公司北京公司，2001，44，72～90，558～571.
[8] Partha Ghose, A S Majumdar, S Guha, J Sau. Bohmian trajectories for photons[J]. Phys. Lett., A290(2001) : 205～213.
[9] Yu Changfeng, Yang Xintie, Wang Jun, et al. Interactions between elementary particles and vacuum[J]. 纺织高校基础科学学报，2004，17(3): 217～222.