本文框架部分内容发表在：
阎坤. 关于超光速与量子分形的能量交换描述方法[J]. 纺织高校基础科学学报, 2004, 17(3):223～227.
Yan Kun. Energy-exchange descriptions on the superluminal velocity and quantum fractal[J]. Basic Science Journal of Textile Universities(in Chinese), 2004, 17(3):223～227.

关于超光速与量子分形的能量交换描述方法

阎 坤
（西安现代非线性科学应用研究所，西安 710061）

摘要：将真空作为一种介质考虑，通过对光速守恒及能量交换方程的讨论，给出双程光速守恒的单程光速方程、光子闭弦模式构造的实验判据方程（同旋面光子一般性折射方程）、粒子超光速运动、波粒二象性的粒子分形运动介质作用方程及量子分形的表述形式。结果表明，基于能量交换方程，能够确立既包含超光速运动，同时又融合 Einstein 狭义相对论及量子理论有关结论的一致性描述方法。

关键词：单程光速方程，一般性折射方程，介质作用方程，超光速，量子分形，能量交换，粒子分形运动。

Energy-exchange descriptions on the superluminal velocity and quantum fractal

YAN Kun
(Xi'an Modern Nonlinear Science Applying Institute, Xi'an 710061, China)

Abstract In this paper, consider taking the vacuum as a form of medium, by exploring the constancy of light velocity in the vacuum and the energy-exchange equation of a particle, the expressional forms of equation of the one-way velocity of light (also equation of the one-way speed of light, or equation of one-way variable speed of light) for the constancy of the two-way velocity of light (or constancy of the two-way speed of light), the experimental criterion equation for the closed strings mode of the photon (the general refraction equation of the photon with a same rotation plane), superluminal (also faster-than-light or FTL) velocity, medium action equation of particle fractal motion for the wave-particle duality, and quantum fractal are studied deeply. As a result, it shows that a tentative theoretical frame which includes not only the superluminal-velocity motion but consists with Einstein special relativity and quantum theory can be established.

Keywords equation of one-way velocity of light, general refraction equation, medium action equation, superluminal velocity, quantum fractal, energy exchange, particle fractal motion.

0 引 言

Einstein 狭义相对论的光速不变原理（光速守恒原理）假设在所有惯性系里真空中光的速度不变，与光源及观察者的运动速度无关[1]。这一原理部分内容的一等效描述为单程光速不变（单程光速守恒），其一导出结论即为物体的运动速度不能逾越光在真空中的速度；在 Planck 能量子观念的基础上，Einstein 进一步给出关于光的频率形式的能量描述[2]。这是二个近于交融的基点，虽然由其得到的粒子质能关系及波粒二象性结论与实验相符，然而关于粒子的超光速运动及波粒二象性的本质研究一直在进行着[3~9]。

在双程平均光速不变的情况下，Einstein 的光速不变原理具有直接简洁的性质，符合简单性原则。

如果能够初步建立既包含超光速运动形式，同时又融合 Einstein 狭义相对论及量子理论有关结论的一致性描述方法，则仍是有意义的研究方向。

本文下面将真空作为一种介质考虑，在数学方程变换方向初步给出双程平均光速守恒上的单程光速可变方程、光子闭弦模式及类似模式构造的实验判据方程（同旋面光子一般性折射方程）；通过对能量交换方程的深入讨论，进而给出物质的超光速运动方程、波粒二象性的粒子分形运动介质作用方程、量子分形方程等方法的框架轮廓及其中部分细节描述。

1 双程平均光速守恒上的单程光速可变方程形式与能量粒子的可交换能量

将真空作为一种介质考虑，一是天体对表面附近的介质具有携带效应；地球作为天体能够携带表面附近介质以同一速度量级运动，随着距离的增加对介质的携带效应逐渐减弱；质量较弱的天体对于表面附近介质的携带效应也较弱，介质与天体间将存在明显的速度差；一般测量系统，质量与天体比较可以忽略，对其附近介质的携带效应近于 0；二是运动的介质对于其中运动的粒子具有速度方面的激励效应。

下面仅依速度的激励效应，作为对 Galileo 变换与 Lorentz 变换间的过渡描述、及对类如 Michelson-Morley 实验等结果的数学方程变换方向理解，通过三种数学模型给出双程平均光速守恒的单程光速可变方程；此是从数学方程变换的诠释角度讨论，不具有物理解析机理层面的普适意义。

考察一坐标系 K，其中一子坐标系 K'以速度u在 K 系沿 x 轴作正向运动，K'系在 K 系中的 x 轴向长度为a，K'系与 K 系具有相同的介质，在$u=0$时光在此介质中运动的本征速度为c。

当在 K 中一光源的运动速度为V_0时，则可构造其所发出的光波在 K 中的非线性合成速度$c_{S\pm}$方程为

$$\frac{\mathrm{d}c_{S\pm}}{\mathrm{d}t}+\kappa[c_{S\pm}-c]=0\,, \tag{1}$$

这里κ为待定系数，$\kappa > 0$。方程（1）式的三个解为

$$c_{S\pm} = c\text{，}\ c_{S\pm} - c = 0 \tag{2}$$

$$c_{S+} = c + \sigma_+ V_0 \exp[-\kappa(t - t_0)]\text{，}\ c_{S\pm} - c > 0 \tag{3}$$

$$c_{S-} = c - \sigma_- V_0 \exp[-\kappa(t - t_0)]\text{，}\ c_{S\pm} - c < 0 \tag{4}$$

式中σ_+、σ_-为与c、V_0相关的待定常数，$\sigma_+ > 0$、$\sigma_- > 0$；t为时间，t_0为光源发出光波的时间，$t \ge t_0$。

方程（1）式是简略性质的，其中解（3）、（4）二式旨在描述运动光源发出的光波合成速度$c_{S\pm}$从开始与光源速度V_0相关，随后即转化为仅与介质性质相关的本征速度c，即当$\kappa(t - t_0) >> 1$时，$c_{S\pm} \to c$。

对于 Michelson-Morley 实验，当光路足够长时，双程平均光速未必绝对守恒。下面探讨基于双程平均光速近似守恒情况下的单程光速可变方程数学等效表述形式，不具有原理层面机理解析的普适意义。

考虑光波在进入坐标系 K’系介质中时相对 K’系的稳定运动速度转变时间与$c^{-1}a$比较可以忽略；本节 K’系运动速度u的取值为$c > u \ge 0$。

激励效应的第一种表述方法，为附加关于uc^{-1}偶函数（激励速度偶函数）的方法。

当 K’系速度u的方向与其中光的运动方向相同与相反时，取等效在 K 系中的单程光速c_+与c_-为

$$c_+ = c + u + \vartheta\text{，}\ c_- = c - u + \vartheta\text{；} \tag{5}$$

式中$\vartheta \ge 0$为关于uc^{-1}的激励速度偶函数；则有在 K 系双程长为$2 \times l_0$中的平均光速$\bar{c}$为

$$\bar{c} = \frac{2l_0}{l_0 c_+^{-1} + l_0 c_-^{-1}} = \frac{2l_0}{l_0(c + u + \vartheta)^{-1} + l_0(c - u + \vartheta)^{-1}} = c\frac{c - uc^{-1} + 2\vartheta + \vartheta^2 c^{-1}}{c + \vartheta}\text{；} \tag{6}$$

方程（6）式当

$$c - uc^{-1} + 2\vartheta + \vartheta^2 c^{-1} = c + \vartheta \tag{7}$$

时，有双程平均光速守恒（双程平均光速不变）方程

$$\bar{c} = c\text{；} \tag{8}$$

故有激励速度偶函数ϑ方程

$$c^{-1}\vartheta^2 + \vartheta - u^2 c^{-1} = 0\text{；} \tag{9}$$

即可解得待定偶函数ϑ及单程光速c_+与c_-的数学方程等效形式分别为

$$\vartheta = 0.5c[\sqrt{1 + 4(uc^{-1})^2} - 1]\text{；} \tag{10}$$

$$c_+ = c + u + \vartheta = c + u + 0.5c[\sqrt{1 + 4(uc^{-1})^2} - 1]\text{，} \tag{11}$$

$$c_- = c - u + \vartheta = c - u + 0.5c[\sqrt{1 + 4(uc^{-1})^2} - 1]\text{。} \tag{12}$$

激励效应的第二种表述方法，为在速度u前乘以待定参量（速度携带函数）的方法。

当 K’系速度u的方向与其中光的运动方向相同与相反时，取等效在 K 系中的单程光速c_+与c_-为

$$c_+ = c + \delta_+ u\text{，}\ c_- = c - \delta_- u\text{；} \tag{13}$$

式中δ_+、δ_-皆为关于uc^{-1}的速度携带函数；则有在 K 系双程长为$2 \times l_0$中的平均光速$\bar{c}$为

$$\bar{c} = \frac{2l_0}{l_0 c_+^{-1} + l_0 c_-^{-1}} = \frac{2l_0}{l_0(c + \delta_+ u)^{-1} + l_0(c - \delta_- u)^{-1}} = c\frac{c + (\delta_+ - \delta_-)u - \delta_+\delta_- u^2 c^{-1}}{c + 0.5(\delta_+ - \delta_-)u}\text{；} \tag{14}$$

方程（14）式当

$$c + (\delta_+ - \delta_-)u - \delta_+\delta_- u^2 c^{-1} = c + 0.5(\delta_+ - \delta_-)u \tag{15}$$

时，即有双程平均光速守恒方程（8）式 $\bar{c} = c$。

对于δ_+、δ_-，有三种形式，①迟滞形式：$1 > \delta_+ > 0$、$1 > \delta_- > 0$；②临界形式：$\delta_+ \ge 1$、$1 \ge \delta_- > 0$与$1 \ge \delta_+ > 0$、$\delta_- \ge 1$；③超限形式：$\delta_+ > 1$、$\delta_- > 1$。其中对于临界形式$\delta_+ \ge 1$、$1 \ge \delta_- > 0$，在趋势层面最为简单地，取$\delta_+ = 1 + \zeta$、$\delta_- = 1 - \zeta$，这里ζ为关于uc^{-1}的待定参量，$1 > \zeta \ge 0$；则有ζ方程

$$uc^{-1}\zeta^2 + \zeta - uc^{-1} = 0\text{；} \tag{16}$$

解得待定参量ζ为

$$\zeta = 0.5(uc^{-1})^{-1}[\sqrt{1 + 4(uc^{-1})^2} - 1]\text{；} \tag{17}$$

即得待定的速度携带函数δ_+、δ_-，及单程光速c_+与c_-的数学方程等效形式分别为

$$c_+ = c + \delta_+ u = c + u + 0.5c[\sqrt{1+4(uc^{-1})^2} - 1]\text{，} \tag{18}$$

$$c_- = c - \delta_- u = c - u + 0.5c[\sqrt{1+4(uc^{-1})^2} - 1]\text{。} \tag{19}$$

参照方程（18）、（19）二式，在数学方程变换表述上，方程（3）、（4）二式的待定常数可初步等效表示为

$$\sigma_+ = 1 + 0.5(V_0 c^{-1})^{-1}[\sqrt{1+4(V_0 c^{-1})^2} - 1]\text{，} \tag{20}$$

$$\sigma_- = 1 - 0.5(V_0 c^{-1})^{-1}[\sqrt{1+4(V_0 c^{-1})^2} - 1]\text{。} \tag{21}$$

激励效应的第三种表述方法，为在光速c后除以待定参量（等效折射率）的方法。

当 K’系速度u的方向与其中光的运动方向相同与相反时，取等效在 K 系中的单程光速c_+与c_-为

$$c_+ = cn_+^{-1} + u\text{，}\quad c_- = cn_-^{-1} - u\text{；} \tag{22}$$

则有在 K 系双程长为$2\times l_0$中的平均光速$\bar{c}$为

$$\bar{c} = \frac{2l_0}{l_0 c_+^{-1} + l_0 c_-^{-1}} = \frac{2l_0}{l_0(cn_+^{-1}+u)^{-1} + l_0(cn_-^{-1}-u)^{-1}} = c\frac{1-(n_+-n_-)uc^{-1} - n_+ n_-(uc^{-1})^2}{0.5(n_+ + n_-)}\text{，} \tag{23}$$

这里n_+、n_-为光波在 K’系中与uc^{-1}相关的等效折射率；上式当

$$1-(n_+-n_-)uc^{-1} - n_+ n_-(uc^{-1})^2 = 0.5(n_+ + n_-) \tag{24}$$

时，即有双程平均光速守恒方程（8）式 $\bar{c} = c$。

考虑二个等效折射率具有相同机理，进一步简单地当$n_+ = n_- = n_\pm > 0$时，则由方程（24）式得等效折射率$n_\pm$方程

$$(uc^{-1})^2 n_\pm^2 + n_\pm - 1 = 0\text{；} \tag{25}$$

即解得待定的等效折射率$n_\pm$及单程光速c_+与c_-的数学方程等效形式分别为

$$n_\pm = 0.5(uc^{-1})^{-2}[\sqrt{1+4(uc^{-1})^2} - 1]\text{，}\quad n_\pm^{-1} = 0.5[\sqrt{1+4(uc^{-1})^2} + 1]\text{；} \tag{26}$$

$$c_+ = cn_+^{-1} + u = c + u + 0.5c[\sqrt{1+4(uc^{-1})^2} - 1]\text{，} \tag{27}$$

$$c_- = cn_-^{-1} - u = c - u + 0.5c[\sqrt{1+4(uc^{-1})^2} - 1]\text{。} \tag{28}$$

二个极端情况，当$4(uc^{-1})^2 << 1$时，由上述方程得其单程光速近似表示为

$$c_+ \approx c + u + u^2 c^{-1}\text{，}\quad c_- \approx c - u + u^2 c^{-1}\text{；} \tag{29}$$

而当$uc^{-1} \to 1$时，由上述方程得其单程光速近似表示为

$$c_+ \to 0.5[3+\sqrt{5}]\,c\text{，}\quad c_- \to 0.5[\sqrt{5}-1]c\text{。} \tag{30}$$

方程（11）、（12）二式，（18）、（19）二式，（27）、（28）二式，三组方程所对应的速度激励效应三种方法，因在数学模型上实质相通为一种方法，故得到的双程平均光速不变的单程光速可变方程数学形式相同。

由方程（26）式可得通过等效折射率计算介质速度的等效方程

$$u^2 = [n_\pm^{-2} - n_\pm^{-1}]c^2\text{，} \tag{31}$$

这里 $1 \geq n_\pm > 0.5[\sqrt{5}-1]$。

上述分析表明：

(Ⅰ) 将真空作为一种介质考虑，依由速度的激励效应方向探讨，在数学探讨方向给出的双程平均光速不变下的单程光速可变方程诠释形式即包含着超光速运动表述；虽然 Einstein 及 Dirac 的有关研究结论已获得了许多实验支持，但在双程平均光速与单程光速关系方面仍需进一步的实验验证及深层机理研究，随着实验环境的改变，尤其是在甚长光路下双程平均光速未必绝对恒定，即平衡方程（7）、（15）、（24）三式仅是一种深层物理解析机理的数学表象近似等效诠释；

(Ⅱ) 物理世界的坐标系是物质系统的数学抽象，坐标系的尺度依赖于物质系统的尺度；

(Ⅲ) 当粒子运动离开物质系统后，不宜将其坐标系的轴延伸至系统以外对粒子进行本坐标系的直接物理描述（可数学等效），而宜在物质系统所在的背景介质下的坐标系予以描述；

(Ⅳ) 物理规律的数学描述具有物质方面局部的、层面上的限制，其数学推演的方向、结果应具有明确的物理意义，不宜将此数学描述不加物质方面考察而进行放大范围、跨层面应用。

参照 M 理论的弦模式、逻辑力学理论[3]及光子结构论[4]的平行构造等模式，适于能量交换的光子或能量粒子可由多个旋转闭弦在旋转面之间以各种角度对称或准对称构成，每一闭弦为皆以真空中光速c旋转。其中简单地当光子或能量粒子仅由二个质量及旋转半径相等的闭弦在同一旋转平面上构成、每一闭弦为皆以真空中光速c旋转的微光子链时，称此种在同一旋转平面构成模式的光子为同旋面光子或单旋面光子，该同一旋转平面称为同旋面光子的偏振面。以同旋面光子为基础，在闭弦旋转面法线方向上当有其它同旋面光子或闭弦层叠累积时，即形成复合型或层叠型同旋面光子；当在同旋面光子的旋转面上以运动轨迹线为轴线有其它同旋面光子或闭弦以多角度对称或准对称构成时，则形成多旋面光子或异旋面光子；将类如同旋面光子的粒子称为同旋面粒子，类如异旋面光子的粒子称为异旋面粒子。

对于同旋面光子，得其中一个闭弦微光子链的转动惯量I、旋转能E_{rr}为

$$I = 0.5m_{\mathrm{s}}R_{\mathrm{s}}^2\,,\quad E_{\mathrm{rr}} = 0.5I\omega^2 = 0.5(0.5m_{\mathrm{s}}R_{\mathrm{s}}^2)\omega^2 = 0.25m_{\mathrm{s}}c^2\;; \tag{32}$$

式中m_{s}为同旋面光子的质量，R_{s}、ω、c分别为一个闭弦微光子链半径、旋转角速度及旋转线速度。

由方程（32）式得二个闭弦的旋转能E_{sor}、及由其构成的同旋面光子的动能E_{sok}、动量p_{so}为

$$E_{\mathrm{s\,or}} = 0.5m_{\mathrm{s\,o}}c^2\,,\quad E_{\mathrm{s\,ok}} = 0.5m_{\mathrm{s\,o}}c^2\,,\quad p_{\mathrm{s\,o}} = m_{\mathrm{s\,o}}c\;; \tag{33}$$

式中$m_{\mathrm{s\,o}}$、c为同旋面光子的质量及等于真空中光速的运动速度。

当同旋面光子与其它粒子作用时有三种能量交换情况：其二个构成闭弦微光子链皆未开裂，仅一个闭弦开裂，二个闭弦皆开裂；则得同旋面光子可交换能量的三个层面E_{somin}、E_{somid}、E_{somax}为

$$E_{\mathrm{s\,omin}} = 0.5m_{\mathrm{s\,o}}c^2\,,\quad E_{\mathrm{s\,omid}} = 0.75m_{\mathrm{s\,o}}c^2\,,\quad E_{\mathrm{s\,omax}} = m_{\mathrm{s\,o}}c^2\,。 \tag{34}$$

如无特殊说明，以下皆考虑同旋面光子的微光子链弦可交换能量为方程（34）式中的最大极限情况$E_{\mathrm{s\,omax}} = m_{\mathrm{s\,o}}c^2$；故一般地，同旋面光子与其它粒子作用后，其能量的变化正比与质量变化

$$\Delta E_{\mathrm{s\,omax}} = c^2\Delta m_{\mathrm{s\,o}}\,。 \tag{35}$$

根据方程（35）式及能量守恒定律，如与其它一粒子作用后同旋面光子的质量增加Δm，而其它粒子质量减少Δm，则该粒子释放能量为

$$-\Delta E = c^2\Delta m\;; \tag{36}$$

相反，如同旋面光子的质量减少Δm，而其它粒子质量增加Δm，则该粒子吸收能量为

$$\Delta E = c^2\Delta m\,。 \tag{37}$$

方程（36)、(37）二式在方程形式上与 Einstein 质量能量方程相同，初步表明 Einstein 质量能量方程与同旋面光子的微光子闭弦可交换能量的极限形式相联系。在与其它粒子的相应作用层面上，微光子链本身亦处于或消损、或增长的极缓慢变化过程中。

对于单个闭弦，在理想情况下，经典力学的磁矩M及角动量A分别为

$$M = g_{\mathrm{M}}iS_{\mathrm{s}} = g_{\mathrm{M}}e\omega(\pi R_{\mathrm{s}}^2)\,,\quad A = g_{\mathrm{A}}I\omega = 0.5g_{\mathrm{A}}mR_{\mathrm{s}}^2\omega\;; \tag{38}$$

消去$R_{\mathrm{s}}^2\omega$，得尚未考虑角动量A在量子取值下熟知的磁矩方程形式

$$M = g_{\mathrm{s}}em^{-1}A\,, \tag{39}$$

式中i为闭弦上的等效电流，e为分布在闭弦上的等效电荷，m为闭弦质量，S_{s}为闭弦所包围的平面面积，g_{M}、g_{A}为待定系数，$g_{\mathrm{s}} = 2\pi g_{\mathrm{A}}^{-1}g_{\mathrm{M}}$。上式在$M \propto A$层面上与 Blackett 天体磁矩的转体方程

$$M = 0.5\beta_{\mathrm{B}}c^{-1}\sqrt{G}A$$

具有类似的表述形式；该式中G为 Newton 引力常数，系数$\beta_{\mathrm{B}} \approx 0.25$。

光与电磁波具有部分相通的性质，包括光的电磁效应、反射及折射规律等，但光亦有其本俱的属性，在何种程度及偏重面向上将光作为（或等效为）电磁波的一个频段仍是需要深入研究的。

如能够将电磁学中任一非能量参量解析为质量、空间、时间的函数，则其它电磁学参量即可皆为质量、空间、时间的函数，阐释电磁的本质及起源，在对称性和守恒量联系方面拓展或深化 Noether 定理。

上述光子或能量粒子的多微光子链闭弦模式及类似过渡性模式构造（诸如正负带电粒子模式等），仅是一种能量交换的机械性近似表象讨论，属于简略诠释及过渡性质的，不具有本质层面的数理解析意义。

下面关于同旋面光子折射方程的讨论将较为简略地给出光子闭弦模式及诸多类似模式构造的实验判据方程。

设同旋面光子由一媒介 A_1 部分进入另一媒介 A_2，同旋面光子在媒介 A_1、A_2 中的运动速度分别为c_1、c_2，其中先接触媒介 A_2 的闭弦旋转速度将由c_1转化为c_2，故同旋面光子将在二媒介的临界面入射点附近于偏振面的延伸平面上产生整体偏转运动；简单地，可初步建立闭弦旋转速度c_{sm}与闭弦在旋转面上

进入媒介 A_2 程度 R_D（$0 \le R_D \le 2R_s$）之间的非线性方程为

$$c_{sm} = \frac{1}{2}[c_1 + c_2] - \frac{1}{2}[c_1 - c_2]\tanh[\xi(R_D - R_s)], \tag{40}$$

式中 ξ 为待定常数，$\exp(-\xi R_s) << 1$。方程（40）式还可表示为相应的表面积或包络体积浸入程度形式。

由方程（40）式得三个特征值

$$c_{sm} = \begin{cases} \frac{1}{2}[c_1 + c_2] - \frac{1}{2}[c_1 - c_2]\tanh[-\xi R_s)] \approx c_1, \ R_D = 0 \\ \frac{1}{2}[c_1 + c_2], \ R_D = R_s \\ \frac{1}{2}[c_1 + c_2] - \frac{1}{2}[c_1 - c_2]\tanh[\xi R_s)] \approx c_2, \ R_D = 2R_s \end{cases} \tag{41}$$

更为简单地，可建立闭弦旋转速度 c_{sm} 与闭弦在旋转面上进入媒介 A_2 程度 R_D 之间的线性方程为

$$c_{sm} = c_1 - \frac{c_1 - c_2}{2R_s} R_D, \quad 0 \le R_D \le 2R_s \tag{42}$$

方程（42）式也可表示为相应的表面积或包络体积浸入程度形式。

对于方程（42）式亦有三个特征值

$$c_{sm} = \begin{cases} c_1, \ R_D = 0 \\ \frac{1}{2}[c_1 + c_2], \ R_D = R_s \\ c_2, \ R_D = 2R_s \end{cases} \tag{43}$$

由线性方程（42）式，同旋面光子偏转运动分三阶段，在第一阶段，从其中一个闭弦先接触媒介 A_2 开始，到另一闭弦接触媒介 A_2 止，在此阶段同旋面光子的整体运动速度为

$$c_{p1} = \frac{1}{2}[c_{sm1} + c_1], \tag{44}$$

式中 $c_{sm1} = c_1 - 0.5[c_1 - c_2]R_s^{-1}R_{Ds1}$，$R_{Ds1}$ 为先接触媒介 A_2 的闭弦在旋转面上进入媒介 A_2 的程度，$0 \le R_{Ds1} \le 2R_s$。

在第二阶段，从二闭弦皆部分地进入媒介 A_2 中开始，到先接触媒介 A_2 的闭弦完全进入媒介 A_2 中（即 $R_{Ds1} = 2R_s$）止，在此阶段同旋面光子的整体运动速度为

$$c_{p2} = \frac{1}{2}[c_{sm1} + c_{sm2}], \tag{45}$$

式中 $c_{sm2} = c_1 - 0.5[c_1 - c_2]R_s^{-1}R_{Ds2}$，$R_{Ds2}$ 为后接触媒介 A_2 的闭弦在旋转面上进入媒介 A_2 的程度，$0 \le R_{Ds2} \le 2R_s$。

在第三阶段，从先接触媒介 A_2 的闭弦完全进入媒介 A_2 中（即 $R_{Ds1} = 2R_s$）开始，到后接触媒介 A_2 的闭弦也完全进入媒介 A_2 中（即 $R_{Ds2} = 2R_s$）止，在此阶段同旋面光子的整体运动速度为

$$c_{p3} = \frac{1}{2}[c_2 + c_{sm2}]。 \tag{46}$$

由上述同旋面光子偏转的三个阶段偏转方程，建立同旋面光子在偏振面延伸平面上的偏转轨迹方程，对同旋面光子在入射点附近的偏转运动进行分析。

至为简略地，将上述三个阶段合并等效为一个阶段，考虑闭弦进入媒介 A_2 的程度 $R_D \ge R_s$ 时，闭弦的旋转速度即由 c_1 转化为该媒介中的旋转速度 c_2，故有同旋面光子整体偏转的等效角速度方程

$$c_1[R_p + R_s]^{-1} = c_2[R_p - R_s]^{-1}, \quad c_1 \ge c_2 \tag{47}$$

$$c_1[R_p - R_s]^{-1} = c_2[R_p + R_s]^{-1}, \quad c_1 \le c_2 \tag{48}$$

及同旋面光子于临界面入射点附近的偏转等效原点到媒介临界面和光子偏振面延伸平面交线间距离方程

$$[R_p - R_s]\sin\alpha_1 = [R_p + R_s]\sin\alpha_2, \quad c_1 \ge c_2 \tag{49}$$

$$[R_p + R_s]\sin\alpha_1 = [R_p - R_s]\sin\alpha_2, \quad c_1 \le c_2 \tag{50}$$

式中 R_p 为同旋面光子在偏振面延伸平面上偏转运动的等效半径，α_1、α_2 为同旋面光子偏转运动分别处在开始位置、结束位置时偏振线（构成同旋面光子的闭弦中心连线，位于同旋面光子偏振面上，且与同旋面光子运动方向垂直）延伸直线与临界面和偏振面延伸平面交线间的夹角。

由方程（47）、(49）二式、方程（48）、(50）二式皆得同旋面光子在媒介临界面入射点附近于偏振面的延伸平面上偏转方程为

$$\frac{\sin\alpha_1}{\sin\alpha_2}=\frac{c_1}{c_2}\text{。} \tag{51}$$

当取同旋面光子入射线、折射线与在临界面上同旋面光子入射点法线间的夹角分别为α、β，同旋面光子偏振面延伸平面与在临界面入射点法线间夹角为γ时，则有几何方程

$$[L_\alpha^2+[L_\alpha\cos\alpha\cos\gamma]^2-2L_\alpha[L_\alpha\cos\alpha\cos\gamma]\cos a_1]+[L_\alpha\cos\alpha\sin\gamma]^2=[L_\alpha\sin\alpha]^2\text{，} \tag{52}$$

$$[L_\beta^2+[L_\beta\cos\beta\cos\gamma]^2-2L_\beta[L_\beta\cos\beta\cos\gamma]\cos a_2]+[L_\beta\cos\beta\sin\gamma]^2=[L_\beta\sin\beta]^2\text{；} \tag{53}$$

这里$0.5\pi\ge\alpha\ge\gamma\ge 0$，$0.5\pi\ge\beta\ge\gamma\ge 0$；$L_\alpha$、$L_\beta$皆为几何距离量。

化简方程（52）式、方程（53）式，分别得

$$\cos^2\alpha-\cos\gamma\cos\alpha_1\cos\alpha=0\text{，}$$

$$\cos^2\beta-\cos\gamma\cos\alpha_2\cos\beta=0\text{；}$$

则分别得方程（52）式、方程（53）式的常数解$\cos\alpha=0$、$\cos\beta=0$，及函数形式解

$$\cos\alpha=\cos\gamma\cos\alpha_1\text{；} \tag{54}$$

$$\cos\beta=\cos\gamma\cos\alpha_2\text{。} \tag{55}$$

依据方程（54)、(55）二式进一步分别得

$$\sin^2\alpha_1=\frac{\sin^2\alpha-\sin^2\gamma}{1-\sin^2\gamma}\text{，} \tag{56}$$

$$\sin^2\alpha_2=\frac{\sin^2\beta-\sin^2\gamma}{1-\sin^2\gamma}\text{；} \tag{57}$$

则由方程（56)、(57）二式及方程（51）式，即得同旋面光子一般性折射方程或偏转方程为

$$\frac{\sin^2\alpha-\sin^2\gamma}{\sin^2\beta-\sin^2\gamma}=\frac{c_1^2}{c_2^2}\text{。} \tag{58}$$

由方程（58）式得其变形表述方程形式

$$\sin^2\beta=(c_2c_1^{-1})^2\sin^2\alpha+[1-(c_2c_1^{-1})^2]\sin^2\gamma\text{；} \tag{59}$$

故有

$$\frac{\partial\sin^2\beta}{\partial\gamma}=2[1-(c_2c_1^{-1})^2]\sin\gamma\cos\gamma=[1-(c_2c_1^{-1})^2]\sin 2\gamma\text{；} \tag{60}$$

进一步得当$\gamma=0$、$\gamma=0.5\pi$时，$\sin^2\beta$取极限形式；其中当$\gamma=0$时由（59）式得$\sin^2\beta$极限形式为

$$\sin^2\beta=(c_2c_1^{-1})^2\sin^2\alpha\text{；} \tag{61}$$

即得经典的光折射定律方程

$$\frac{\sin\alpha}{\sin\beta}=\frac{c_1}{c_2}\text{。} \tag{62}$$

这表明经典的光折射定律（62）式为同旋面光子一般性折射方程（58）式的一极限形式，故方程（58）式为光子闭弦模式及类似模式构造的实验判据方程。

方程（58）式描述的折射线处于同旋面光子偏振面的延伸平面上；当$\gamma=0$时，即同旋面光子偏振面与入射面（入射线与入射点处临界面法线所形成的平面）重合时，折射线与入射线、入射点处临界面法线位于同一平面。同时方程（58）式为深入研究同旋面光子的偏振特性对其在入射点附近运动轨迹、反射效率及折射效率等方面影响提供指向和参考。

由（47)、(48）二式，取二媒介间的相对折射率为$n_{12}=c_1c_2^{-1}$，得同旋面光子R_p与R_s之比方程为

$$R_\mathrm{p}R_\mathrm{s}^{-1}=1+2[n_{12}-1]^{-1}\text{，}\quad n_{12}\ge 1 \tag{63}$$

$$R_\mathrm{p}R_\mathrm{s}^{-1}=1+2[n_{12}^{-1}-1]^{-1}\text{，}\quad n_{12}\le 1\text{。} \tag{64}$$

满足方程（63）式或（64）式的球形或环形光学材料能够自动束缚其中的同旋面光子，形成光子阱或光阱；n_{12}的周期性改变可产生吸收与释放同旋面光子的周期性振荡效应；此为验证光子的闭弦模式及类似模式构造、并计算闭弦半径R_s的一直接参考途径；同时上述讨论也为在极端情况下深入探索热力学第二定律的反常或逆向效应提供前期铺垫，整体光阱或光子阱即是Maxwell妖的一种形式，妖阱合一。

2 能量交换方程与物质超光速运动

目前，国内外学者在微波波导技术中研究超光速实验[5~6]。本文在此应用能量交换方程，讨论粒子超光速运动的物理内涵。

根据方程（37）式及能量守恒定律，当粒子与能量粒子相互作用吸收能量，$\Delta E = c^2\Delta m$，对粒子作功为$F\Delta s$时（这里F为粒子受到的作用力，Δs为粒子位移的变化量），有能量交换方程

$$c^2\Delta m - F\Delta s = c^2\Delta m - \frac{\Delta(mV)}{\Delta t}\Delta s = c^2\Delta m - V\Delta(mV) = 0\text{，} \tag{65}$$

得粒子在此吸收能量过程的质量m－速度V方程为

$$m^{-1}\,\mathrm{d}\,m - (c^2 - V^2)^{-1}V\,\mathrm{d}V = 0\text{。} \tag{66}$$

当粒子运动速度$V < c$时，由方程（66）式解得粒子运动的质量m、动量p、动能解E分别为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1-(Vc^{-1})^2}}\text{，}\quad p = \frac{m_0V}{\sqrt{1-(Vc^{-1})^2}}\text{，}\quad E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{1-(Vc^{-1})^2}} - m_0c^2\text{。} \tag{67}$$

由上述能量交换分析可知，相对论的结论（质速关系式、动量及能量关系式）也可由能量交换方程（65）式得到，但这里是在与相对论不同的物理前提和基础下得到的。类似的分析方法可参见文献［9］。下面根据能量交换方程，讨论粒子在释放能量、吸收能量二个过程时的超光速运动表述形式。

根据方程（36）式及能量守恒定律，当粒子与能量粒子相互作用释放能量，$\Delta E = -c^2\Delta m$，在与释放能量的相反方向作功为$F\Delta s$时，根据能量守恒定律，得此能量释放过程的能量交换方程为

$$c^2\Delta m + F\Delta s = c^2\Delta m + \frac{\Delta(mV)}{\Delta t}\Delta s = c^2\Delta m + V\Delta(mV) = 0\text{，} \tag{68}$$

即有粒子的质量m－速度V方程为

$$m^{-1}\,\mathrm{d}\,m + (c^2 + V^2)^{-1}V\,\mathrm{d}V = 0\text{；} \tag{69}$$

解得粒子在能量释放过程中运动的质量m、动量p、动能解E分别为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{1+(Vc^{-1})^2}}\text{，}\quad p = \frac{m_0V}{\sqrt{1+(Vc^{-1})^2}}\text{，}\quad E = m_0c^2 - \frac{m_0c^2}{\sqrt{1+(Vc^{-1})^2}}\text{。} \tag{70}$$

依据方程（70）式，当$V << c$、$V = c$、$V >> c$时，分别得质量m、动量p、动能E为

$$m = m_0\text{，}\quad p = m_0V\text{，}\quad E = \frac{1}{2}m_0V^2\text{；}\quad V << c \tag{71}$$

$$m = 0.5\sqrt{2}m_0\text{，}\quad p = 0.5\sqrt{2}m_0c\text{，}\quad E = (1-0.5\sqrt{2})\,m_0c^2\text{；}\quad V = c \tag{72}$$

$$m = V^{-1}cm_0\text{，}\quad p = m_0c\text{，}\quad E = m_0c^2\text{；}\quad V >> c \tag{73}$$

当粒子与能量粒子相互作用在$V > c$区吸收能量，$\Delta E = c^2\Delta m$，对粒子作功为$F\Delta s$时，速度将从$V >> c$向c靠近，方程（66）式成为如下形式

$$m^{-1}\,\mathrm{d}\,m + (V^2 - c^2)^{-1}V\,\mathrm{d}V = 0\text{；} \tag{74}$$

故由方程（73）、（74）二式，可解得粒子在此超光速过程中的质量m、动量p、动能解E分别为

$$m = \frac{m_0}{\sqrt{(Vc^{-1})^2-1}}\text{，}\quad p = \frac{m_0V}{\sqrt{(Vc^{-1})^2-1}}\text{，}\quad E = \frac{m_0c^2}{\sqrt{(Vc^{-1})^2-1}} + m_0c^2\text{。} \tag{75}$$

上述分析表明，粒子的超光速运动描述形式与低于光速时的 Einstein 质能关系式等方程可用同能量交换方程得到，但方程（70）式及（75）式是不同于相对论的新结论；在这里光子或能量粒子及微光子链在上述诸式中是被交换的物质能量层面，其本身不能由方程（67）、（70）、（75）三式予以描述。

下面依然根据能量交换方程，通过对背景介质可交换能量的讨论，探讨粒子的分形运动及波动属性。

3 波粒二象性的粒子分形运动介质作用方程与量子分形方程

上面给出的粒子超光速运动描述基本是属于粒子性的、统计性质的；在更细微的层面上，粒子与背景介质（诸如真空）间的相互作用还导致粒子运动呈现出分形特征。

物理学中主要的几次大的、标志性的进展多是与对光的本质深入认识相联系的，其中即包括对光的粒子属性及波动属性描述。目前的相对论主要讨论质点粒子的运动，具有局域或定域属性；而量子理论主要描述物质波或概率波的演化，具有广域属性；归根结底，需要探究波粒二象性的本质或机理，随之创立更为基本的理论框架，能够使目前的相对论与量子理论自然成为其二种极限表述形式。

下面依然将真空作为一种介质考虑，研究结果初步表明，由于粒子与背景介质相互作用，导致粒子在基线附近作多尺度自由程螺旋折线运动，同时背景介质形成含裹粒子的运动波包，Newton 理论即描述了其中粒子运动的基线轨迹，进而给出粒子的波动属性机理及量子分形方程。

当粒子运动在背景介质中时，部分介质与粒子相作用，使粒子在原运动曲线L_0附近作 Brown 运动，即粒子在L_0附近沿运动自由程构成的螺旋折线上运动，该折线具有于L_0上生成的升维分形曲线在一层次L上的性质，粒子运动的自由程—折线长度即为L的分形单位，此粒子螺旋折线运动亦为分形运动。

粒子与背景介质间的相互作用导致了粒子运动呈现分形特征，其螺旋折线运动轨迹兼具有横波、纵波的复合性质，等效在基线上则表现为脉动、跳跃；同时粒子对背景介质亦产生周期性作用，改变了背景介质的分布状态，使其进行周期性涨落，形成含裹着粒子的运动波包。其一整幅图景是，粒子与背景介质相互作用，导致背景介质局部呈现周期性涨落，粒子即运动在背景介质局部的周期性涨落波包中，表现在粒子方面则是其运动呈现出波动性，表现在背景介质方面则是其运动的涨落波包，粒子即被含裹在背景介质的涨落波包中。这是背景介质运动波包及含裹在其内的粒子分形运动二者的混合运动。

下面采用物理唯象方法，引入背景介质能量涨落方程假设，初步探讨背景介质能量涨落的可能规律。

背景介质能量涨落方程假设：背景介质与粒子相互作用时，用于能量交换的光子使背景介质的能量E产生涨落，其涨落的频率f与相应时间间隔交换光子的数目成正比，能量E成为

$$E = E_{\mathrm{B}}(1+\tau f)\text{，} \tag{76}$$

式中τ为待定时间常量，E_{B}为背景介质涨落频率为零时的基底能量。

由方程（76）式，得粒子与背景介质相作用引起背景介质能量的变化为

$$\Delta E = \tau E_{\mathrm{B}}\Delta f\text{，} \tag{77}$$

与 Planck 频率能量方程$E_{\mathrm{po}} = hf_{\mathrm{po}}$比较，可确定上式中$\tau E_{\mathrm{B}} = h$为 Planck 常数，方程（76）、（77）二式成为

$$\Delta E = \tau E_{\mathrm{B}}\Delta f = h\Delta f\text{，} \tag{78}$$

$$E = E_{\mathrm{B}} + hf\text{。} \tag{79}$$

下面根据方程（78）式讨论粒子分形运动的自由程（分形单位）表示形式。

考虑粒子在与背景介质能量交换的过程中运动速度V在其分形运动的自由程（分形单位）λ内近似为常量

$$\lambda = Vt_\tau\text{，}\quad \Delta\lambda = V\Delta t_\tau\text{；} \tag{80}$$

式中$t_\tau = f^{-1}$，f为背景介质能量涨落的频率。

根据方程（78）式，粒子与背景介质交换的能量为

$$\Delta E = h\Delta f\text{，} \tag{81}$$

相应地粒子作功为

$$\Delta E = F\Delta\lambda\text{。} \tag{82}$$

由方程（80）、（81）二式得

$$\Delta E = h\Delta f = -ht_\tau^{-2}\Delta t_\tau = -h(Vt_\tau)^{-2}V^2\Delta t_\tau = -h\lambda^{-2}V\Delta\lambda\text{，} \tag{83}$$

由方程（80）、（82）二式得波粒二象性的粒子分形运动介质作用方程

$$\Delta E = F\Delta\lambda = \frac{\Delta(mV)}{\Delta t_\tau}\Delta\lambda = V\Delta(mV)\text{。} \tag{84}$$

根据方程（83）、（84）二式得粒子分形运动的速度－波长方程

$$V\Delta(mV) + h\lambda^{-2}V\Delta\lambda = 0\text{，} \tag{85}$$

故得方程（85）式的波长解为

$$\lambda = \frac{h}{mV}\text{。} \tag{86}$$

方程（86）式中的速度V为粒子在分形轨迹上的运动速度，大于粒子等效在基线上的运动速度。

上式表明粒子分形运动的自由程（分形单位）与量子理论[2]中的 De Broglie 波长具有相近的形式，初步证明粒子运动表现出波动性是由于粒子与背景介质间相互作用，产生背景介质运动波包与含裹其中的粒子分形运动，是粒子与背景介质间相互作用的能量互平衡在粒子上呈现的运动表现。

上述分析表明粒子与背景介质相互作用使得粒子具有波动性，但并不等效于某种波的运动也可直接表现为相应的粒子性运动。诸如电磁波，光具有电磁波的部分性质，但光在物质构成及与背景介质间相互作用的性质方面还当具有其本具的形式。

对于单个粒子在背景介质中运动，于粒子的运动前方设一开具二个相距很近窄缝的幕（对于电子可用晶体等材料）。由于粒子被含裹在背景介质的波包中，在运动方向上位于粒子前面的波包部分（粒子前波）先于粒子通过二窄缝，在幕的另一侧形成干涉波的波长为$\lambda = h[mV]^{-1}$的干涉介质。当粒子随后仅通过其中的一窄缝进入幕的另一侧时，干涉介质即使粒子运动在干涉介质波包的叠加方向上，表现出单个粒子具有波长为上述λ波自干涉的运动性质。

上述物理机制不仅适于微观粒子在背景介质中的运动描述，而且对于其它层面的物体在背景介质中的运动描述亦具有参考意义。粒子在背景介质波包中作分形运动，有位于粒子前面的介质运动波包部分，即粒子前波。这里粒子前波的物理表现类似于 De Broglie 想像的引导波，但本质不同，引导波是 De Broglie 在解释物质波时引进的基本属于概念层面性质的波，而粒子前波是粒子与背景介质相互作用能量互平衡在背景介质上呈现的运动表现。

然在更细微的层面上，粒子前波本身亦存在波前波。波前波在局部有限运动区域的细微结构上，波前有波，具有诸多的层面，构造上基本属于分维性质，是介质运动波包与介质本身的能量自平衡结果，其物理细节及数学描述仍是有待于我们深入研究的。

上述关于双程光速不变的单程光速方程、波粒二象性的粒子分形运动介质作用方程、超光速运动方程等内容是目前物理学理论框架中的敏感方向，多途径乃至试错性的探讨有助于对自然现象的深入理解。

根据分形理论，分形曲线在一分形层次L上的 Euclid 长度L、分形单位λ及其个数n为

$$L = n\lambda \;，\quad \lambda = \varepsilon L_0 \;，\quad n = \varepsilon^{-D} \;； \qquad (87)$$

式中L_0为分形基线长度，ε为标度，D为分形集的维数，n为自然数；又得

$$L = L_0^D \lambda^{1-D} \;，\quad \lambda = n^{-D^{-1}} L_0 \;； \qquad (88)$$

故在$Vc^{-1} << 1$时粒子运动的动量p、动能E_k及等效在基线上的平均运动速度$\overline{V_B}$的量子分形方程为

$$p = n^{-D^{-1}} h L_0^{-1} \;，\quad E_k = (2m_0)^{-1} n^{2D^{-1}} h^2 L_0^{-2} \;，\quad \overline{V_B} = h m_0^{-1} n^{2D^{-1}-1} L_0^{-1} \;； \qquad (89)$$

且对于粒子分形运动升维曲线集，其维数$D \geq 1$。

根据方程（87）式及$D \geq 1$的性质可得当$D = D_{\min} = 1$时，λ取极小值，p、E_k取极大值

$$\lambda_{\min} = n^{-1} L_0 \;，\quad p_{\max} = nhL_0^{-1} \;，\quad E_{k\max} = n^2 (2m_0)^{-1} h^2 L_0^{-2} \;，\quad \overline{V_B} = V \;。 \qquad (90)$$

由量子理论[2]知方程（90）式中的n为主量子数，而方程（88）、（89）二式为量子分形形式，表明量子理论的主量子数形式为量子分形形式的极限解。

4 结 论

本文将真空作为一种介质考虑，在数学方程变换方向探讨了双程平均光速守恒（双程平均光速不变）上的单程光速可变方程数学形式，给出了光子闭弦模式及类似模式构造的实验判据方程（同旋面光子一般性折射方程或偏转方程）；通过能量交换方法，给出物质的超光速运动方程、波粒二象性的粒子分形运动介质作用方程及量子分形方程的能量交换方法，初步确立既包含超光速运动、介质作用及量子分形，同时又融合狭义相对论及量子理论有关结论的一致性描述。

本文讨论的基于双程平均光速守恒上的单程光速可变方程仅是数学方程变换方向上的诠释描述，不具有物理解析方向的普适意义；而基于光子及能量粒子在二个层面的能量交换途径所给出的超光速运动方程，亦具有明显机械论的局限性。在更细微的层面上，能量表述形式应与目前所知道的 Planck 能量（能量—频率方程）及 Einstein 能量（能量—质量方程）的表述形式有所不同，如能量E为结构分形维数D的函数$E = E(D)$（类如材料断裂能量与裂纹分形维数的关系）；更为重要的是，通过对真空及其更深层背景（真空背后的诸级背景）的探讨、及对新的能量形式的分析，在分维空间中可能有望解析开 Newton 引力常数及 Planck 常数，使得 Newton 引力势、Planck 能量仅是其条件极限解。

参考文献（References）：

[1] 吴大猷. 相对论[M]. 北京: 科学出版社，1983，21～92.
[2] 吴大猷. 量子论与原子结构[M]. 北京: 科学出版社，1983，23～169.
[3] 于长丰，徐进. 逻辑力学原理[J]. 纺织高校基础科学学报，1999，12(3): 199～266.
[4] 龚祖同. 光子结构论(1)[J]. 光子学报，1999，28(1)：1～10.
[5] 黄志洵，逯贵祯，关健. 电磁波传播中的超光速群速和负光速[J]. 北京广播学院学报，2004，11: 10～18.
[6] Thilo Sauter, Fritz Paschke. Can Bessel beams carry superluminal signals? [J]. Phys. Lett., A285(2001): 1～6.
[7] Peter R Holland. The Quantum Theory of Motion[M]. Cambridge University Press, 1999, 世界图书出版公司北京公司，2001, 44, 72～90, 558～571.
[8] Partha Ghose, A S Majumdar, S Guha, J Sau. Bohmian trajectories for photons[J]. Phys. Lett., A290(2001) : 205～213.
[9] Yu Changfeng, Yang Xintie, Wang Jun, *etal*. Interactions between elementary particles and vacuum[J]. 纺织高校基础科学学报，2004，17(3): 217～222.